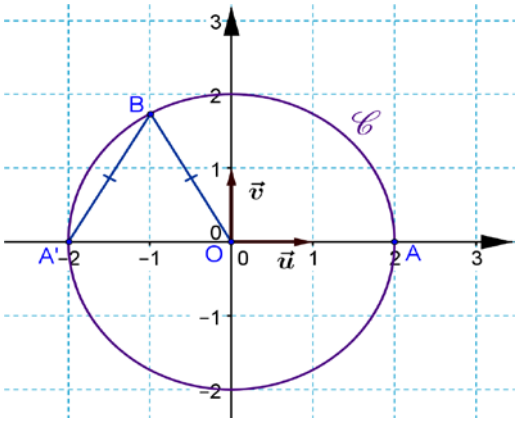
EXERCICE N°1 — 6 points — 35 ' — PRINCIPALE 2009

Dans la figure ci-contre, $(O,\vec{u},\vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan, $\mathscr{C}$ est le cercle de centre O et de rayon 2 et B est un point d'affixe z_B.



1°) Déterminer par une lecture graphique le module et un argument de z_B.

En déduire que $z_B = -1 + i\sqrt{3}$.

2°) **a)** Placer sur la figure le point C d'affixe $z_C = 1 + i\sqrt{3}$.

b) Montrer que le quadrilatère $OACB$ est un losange.

3°) On se propose de déterminer l'ensemble E des points M d'affixe z tels que z^3 soit un réel positif ou nul.

a) Vérifier que les points O, A et B appartiennent à E.

b) Prouver que tout point M de la demi-droite $[OB[$ appartient à E.

c) Soit z un nombre complexe non nul, de module r et d'argument θ.

Montrer que z^3 est un réel positif si et seulement si $\theta = \dfrac{2k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$.

d) En déduire que E est la réunion de trois demi-droites que l'on déterminera.

Représenter E sur la figure.

EXERCICE N°2 — 4 points — 30 ' — PRINCIPALE 2012

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On désigne par $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et de rayon 1 et par I et A les points d'affixes respectives 1 et $a = \sqrt{3} + i$.

1°) **a)** Donner la forme exponentielle de a.

b) Construire le point A.

2°) Soit B le point d'affixe $b = \dfrac{a-1}{1-\overline{a}}$.

a) Vérifier que $b\overline{b} = 1$. En déduire que le point B appartient au cercle $\mathscr{C}$.

b) Montrer que $\dfrac{b-1}{a-1}$ est un réel. En déduire que les points A, B et I sont alignés.

c) Construire le point B dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com

3°) Soit θ un argument du nombre complexe b.

Montrer que $\cos\theta = \dfrac{2\sqrt{3}-3}{5-2\sqrt{3}}$ *et* $\sin\theta = \dfrac{2-2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$.

4°) Conclure.

EXERCICE N°3 — 6 points — 35 ' — CONTRÔLE 2014

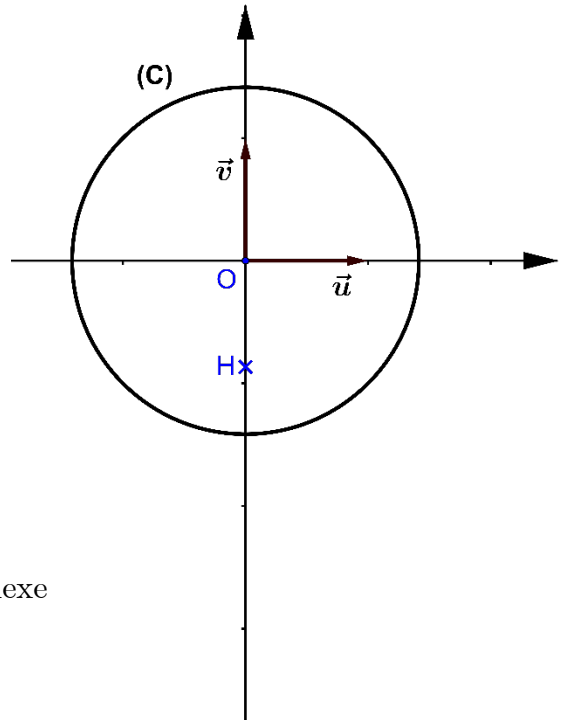
1°) Soit les nombres complexes $z_1 = \dfrac{\sqrt{5}}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $z_2 = -\dfrac{\sqrt{5}}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

a) Calculer $z_1 + z_2$ et $z_1 \times z_2$.

b) En déduire que, pour tout nombre complexe z, $(z-z_1)(z-z_2) = z^2 + i\sqrt{3}\ z - 2$.

Dans la suite, on munit le plan complexe d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ et on considère les points M_1 et M_2 d'affixes respectives z_1 et z_2.

2°) Dans la figure ci-contre, on a tracé le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon $\sqrt{2}$ et on a placé le point H d'affixe $\dfrac{-i\sqrt{3}}{2}$.



a) Montrer que M_1 et M_2 appartiennent au cercle (C).

b) Justifier que H est le milieu du segment $[M_1M_2]$.

c) Construire les points M_1 et M_2.

3°) Soit K le point d'affixe $-i\sqrt{3}$.

Soit z un nombre complexe et M et N les points du plan complexe d'affixes respectives z et z^3.

a) Montrer que :

(K est le milieu du segment $[MN]$) si et seulement si ($z^3 + z + 2i\sqrt{3} = 0$).

b) Vérifier que $z^3 + z + 2i\sqrt{3} = (z - i\sqrt{3})(z^2 + i\sqrt{3}\ z - 2)$.

c) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^3 + z + 2i\sqrt{3} = 0$.

d) Construire alors les points N_1 et N_2 d'affixes respectives z_1^3 et z_2^3

(On rappelle que z_1 et z_2 sont les affixes des points M_1 et M_2).

e) Déterminer l'affixe a d'un point A de l'axe $(O,\vec{v})$ dont le symétrique par rapport au point K est d'affixe a^3.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com